© 2013 г. Е.В.Черепанов
УДК 330

О КОЛИЧЕСТВЕННОМ ОПИСАНИИ МОНОПОЛЬНОГО ПОТРЕБИТЕЛЬСКОГО РЫНКА

В середине XIX в. У.С. Джевонсом [1, 2] и Дж. Дюпюи [3] были введены базовые понятия экономической теории. Но до настоящего времени описание этих категорий носит качественный характер («спрос монотонно убывает с ростом цены», «кривая ценности товара монотонно возрастает с ростом спроса и выпукла вверх» и т.п.) Однако, еще Аристотель [4] писал, что «… поступок и сознательный выбор, как принято считать, стремятся к определенному благу». И эта мысль великого античного философа в полной мере относится и к процессу торговли. Но любая целенаправленная деятельность поддается количественному описанию. В таком же ключе высказывался Дж. Винер: «… благосостояние есть поток полезности, а полезность означает удовлетворение. Экономисты могут принять удовлетворение как *количество*, не занимая никакой позиции по отношению к его этическому качеству» [5]. В основе такого описания должны лежать некие процедуры оптимизации, обеспечивающие получение максимума выгоды совокупным продавцом и совокупным покупателем товаров.

Такая предпосылка позволила автору получить вид функциональных зависимостей между основными категориями потребления и производства (торговли) на рынке конкурентных товаров [6, 7]. Но остается «открытым» вопрос количественного описания монопольного рынка, который в принципе не сводится к одномерному случаю многотоварного потребительского рынка.

Дело в том, что при определении вида функций на конкурентном рынке было использовано то обстоятельство, что соотношения между ценой и объемом потребления каждого товара удовлетворяют одновременной максимизации мер выгоды продавца (прибыли) и совокупного покупателя (излишка потребителя) для каждого товара, представленного на рынке. А на монопольном рынке и цена товара, и объем предложения находится в руках производителя (продавца). Что заставляет при количественной формализации категорий монопольного рынка исходить из иных, нежели на конкурентном рынке, предпосылок. Этой проблеме и посвящена настоящая публикация. Перед ознакомлением с ней, как кажется автору, целесообразно ознакомиться с легко доступной статьей [6].

1. Категории монопольного потребительского рынка

Потреблением n будем называть *фактически реализованный за единицу времени спрос* на товар. А обсуждение будем вести в терминах потребления, а не спроса покупателей и предложения продавца, что принято при традиционном изложении основ теории рынка. Такая позиция связана с тем, что *эмпирически спрос проявляется в виде потребления*, а *предложение продавца измерению не поддается*. Следовательно, везде далее *речь идет исключительно об издержках продавца на фактически проданные за данную единицу времени товары*.

На потребительском (в частности, монопольном) рынке издержки продавца (затраты производителя) для любой единицы времени (день, квартал, год) всегда выражаются [8;9,гл.6] в виде

$$S(n) = \overline{S} + \widetilde{S}(n), \quad \overline{S} = Const. \tag{1.1}$$

Смысл этого заключен в том, что полные издержки S в единицу времени равны сумме постоянных издержек $\overline{S}$, не зависящих от объема продаж, и переменных издержек $\widetilde{S}$, зависящих от *потребления* (а *не предложения* продавца!)

Издержки $S(n)$ монотонно возрастают функцией с ростом потребления n, причем при $n < \overline{n}$ предложение отсутствует (прибыль отрицательна) и $S(\overline{n}) = \overline{S}$. Потребление n монотонно убывает с ростом цены p. Стоимость потребленного товара равна

$$V(n) = np(n) = pn(p). \tag{1.2}$$

Под *потребительской ценой p* данного товара мы будем понимать *среднестатистическое* отношение количества отданных за него денег (в *единицу* времени) к количеству купленного товара: $p = V / n$. По смыслу (для многотоварных рынков), потребительская цена совпадает с *равновесной* ценой (при традиционном изложении теории рынка [8,9]), когда значения совокупного спроса равно предложению продавца. При значениях цены, выше некоторого значения $\overline{p} = p(\overline{n})$, стоимость товара равна нулю (исчезает спрос).

Прибыль продавца выражается в виде

$P(n) = V(n) - S(n).$ (1.3)

При ценах выше $\bar{p} = p(\bar{n})$ прибыль равна нулю: $V(\bar{n}) = S(\bar{n})$, в точке $\bar{n}$ монотонно возрастающая функция $S(n)$ пересекает кривую $V(n)$. Допустимыми являются значения цены и соответствующего потребления в диапазонах $p < \bar{p}$, $n > \bar{n}$

В основе теории потребление лежат важнейшие понятия полезности товара и излишка потребителя. Экономический смысл категории *полезности товара*, которая была введена в экономику У. Джевонсом [1,2], заключается в том, что каждый товар приносит некоторое удовлетворение, определенные «блага» совокупному покупателю. А *ценность* товара U – это выражение полезности в деньгах. При этом деньги выступают как единая шкала измерения ценности, позволяющая сравнивать полезность товаров различной природы и качества.

Функцией ценности товара $U(n)$*на монопольном рынке является отображение* $U: n \mapsto x \in \Re^{\oplus}$, монотонно возрастающее с ростом n. Функция $U(n)$ выпуклая вверх, что обусловлено законом убывания полезности: покупка $(k + 1)$-й единицы товара всегда менее полезна, чем была покупка k-й единицы.

Потребительский излишек (или *излишек потребителя*) $W(n)$, введенный в экономику Ж. Дюпюи [3], *является мерой выгоды совокупного покупателя* от приобретения данного товара в *заданном* объеме n. Количественно потреби-тельский излишек выражается разностью между *ценностью* (равной той максимальной сумме U, которую совокупный покупатель готов был заплатить за данный объем товара) и фактическими затратами на его приобретение V:

$W(\vec{n}) = U(\vec{n}) - V(\vec{n})$. (1.4)

Ж. Дюпюи писал [3] «Окончательная полезность продукта («*потребительский излишек*» – авт.) выражается в виде разности между жертвой, которую покупатель согласен принести, чтобы приобрести этот продукт, и покупной ценой, которую он должен заплатить за него… В торговле реальна та полезность, которую покупатели согласны оплачивать». Соотношение (3.2) определяет смысл процесса обмена товаров на деньги за единицу времени. За объем товара n совокупный покупатель выплачивает стоимость V. Взамен покупатели удовлетворяют некоторые свои потребности U и *получают выгоду*, которая равна излишку *совокупного* (!) потребителя W. На монопольном рынке, очевидно, продавец «недополучил» сумму, равную излишку потребителя вида

$$W(p) = \int_{p}^{\bar{p}} n(x)dx, \tag{1.5}$$

где $n(p)$ – кривая *потребления* (совокупного спроса) на товар. Из (1.5) ясно, что потребление на монопольном рынке равно

$$n(p) = -W'_p. \tag{1.6}$$

Интегрируя по частям выражение (1.5), получаем:

$$W(p) = -np(n) + \int_{\bar{n}}^{n} p(x)dx \tag{1.7}$$

Величина выручки продавца от продажи товара V была бы равна его ценности U в том случае (W=0), если бы *каждый* покупатель платил за купленную им часть товара максимальную из приемлемых для него цен.

Из соотношений (1.2), (1.4) и (1.7) следует, что

$$U(n) = \int_{\bar{n}}^{n} p(x)dx. \tag{1.8}$$

Откуда непосредственно получаем, что

$$p(n) = U'_n, \tag{1.9}$$

т.е. на монопольном рынке предельная полезность товара совпадает с его ценой.

2. Критерий максимизации прибыли продавца (производителя)

Для стоимости товара (затратах совокупного потребителя) можно записать:

$$V = pn = -pW'_p = nU'_n \ . \tag{2.1}$$

Представим удельные издержки продавца (затраты производителя) в виде

$$s(n) = S(n)/n \tag{2.2}$$

Далее мы будем говорить об одном продавце и совокупном покупателе. Подразумевая, что правомерно говорить и об одном производителе на оптовом рынке, поскольку *с формальной точки зрения* издержки продавца и затраты производителя эквивалентны, отличаясь только по структуре и своей природе.

Совокупный спрос, как функция $n(p)$, определяет количество товара на монопольном рынке, которое *совокупный* покупатель хочет и может приобрести в заданных условиях. Функция *потребления* — это количество *реально* покупаемых (за единицу времени) товаров (в зависимости от цены). *Потребление – это реализованный* (за единицу времени) *спрос*. Под «единицей времени» понимается период, за который фиксируется состояние рынка.

Введем новые переменные вида

$$\xi = n/\bar{n};\ \zeta = \ln\xi\ \Leftrightarrow\ \xi = \exp\zeta\ \Rightarrow n = \bar{n}\,e^{\zeta} \Rightarrow\ \frac{d}{d\zeta} = \xi\frac{d}{d\xi} = n\frac{d}{dn} \qquad (2.3)$$

Ясно, что переменная «кси» является безразмерной величиной, сравнивающей текущий объем потребления с его минимально допустимым значением. А, используя величину «дзэта» ($\ln\xi$), получаются существенно более компактные математические выражения для взаимосвязей между категориями рынка.

В силу (2.1) можно записать

$$V = nU'_n = U'_\zeta\ . \qquad (2.4)$$

Основой наших дальнейших рассуждений служит мысль У.С. Джевонса [2] о том, что законы экономики «…носят настолько сложный характер, что проявляются только для совокупностей и должны изучаться методом средних». Что в «переводе» на современный язык может быть сформулировано в виде: «Экономические законы носят вероятностный характер и *должны изучаться статистическими методами*». А это значит, что *объективно* совокупный спрос проявляется в форме *потребления* товара за единицу времени. Потребление имеет смысл математического ожидания для распределения совокупного спроса на товар. *Кривая индивидуального спроса отдельно взятого покупателя может иметь различный* (и даже весьма «экзотический») *вид*, но *кривая совокупного спроса – объективна* и поддается измерению.

Общепринято [8,9], что целью продавца является получение максимально большой прибыли (за исключением некоторых частных задач: захвата нового сегмента рынка, вытеснения с рынка данного конкурента и т.п.) Например, Г. Саймон писал: «В теории фирмы основополагающей является гипотеза о стремлении предпринимателя максимизировать свою прибыль» [10].

Существует биективное отображение между переменными *n* и ς. Следовательно, критерий максимизации прибыли можно представить в виде

$$P = V - S = U'_{\zeta} - s\bar{n}e^{\zeta} = \max(\zeta);\ s = Const.. \qquad (2.5)$$

Удельные издержки S вида (2.2) зависят от *n* (и, следовательно, от времени). Но *при краткосрочном рассмотрении* потребительского рынка (за единицу времени, когда его параметры неизменны) удельные издержки правомерно считать константой [9, гл.6]. Критерий (2.5) приводит к условиям

$$(U''_{\zeta} = S) \wedge (V''_{\zeta} < S) \qquad (2.6)$$

Будем исходить из того, что *состояние рынка определено не только совокупным спросом, но и значениями издержек продавцов*. Но тогда *оптимальная торговля* должна обеспечивать *выполнение условий* (2.6) *в* <u>*каждую*</u> *единицу времени*. При этом, как следует из (2.6) и (2.4), с необходимостью *всегда* выполняется соотношение вида

$$S(\zeta) = V'_{\zeta} = = U''_{\zeta}. \qquad (2.7)$$

Отсюда для совокупной стоимости купленного товара можно записать:

$$V = \bar{S} + \int_{\bar{n}}^{n} S(x)\,dx/x = \bar{S} + \int_{1}^{\xi} S(x)\,dx/x = \bar{S} + \int_{0}^{\zeta} S(x)\,dx, \qquad (2.8)$$

где постоянные издержки продавца $\bar{S}$ равны $\bar{S} = V(\zeta = 0) = V(\xi = 1) = V(n = \bar{n})$.

Интегрируя выражение (2.8) по частям, получаем соотношение вида

$$V(n) = \bar{S} + \zeta\, S(\zeta)\ - \int_{0}^{\zeta} x\, \tilde{S}'_x(x)\,dx,, \qquad (2.9)$$

3. Издержки продавца (затраты производителя)

Представим стоимость в виде V = U – V. *В качестве подлежащей проверке гипотезы*, учитывая выражение (2.9), примем следующие соотношения:

$$U(\zeta) = \bar{S} + \zeta\, S(\zeta); \qquad (3.1)$$

$$W(\zeta) = \int_{0}^{\zeta} x\, S'_x(x)\,dx. \qquad (3.2)$$

Эти выражения справедливы, как доказано в работе [6], для *каждого* товара на конкурентном потребительском рынке. Можно полагать, что они справедливы и для монопольного рынка, что предстоит формально обосновать.

В силу (2.4) запишем выражение вида

$$V = U'_{\zeta} = \zeta\, S'_{\zeta} + S(\zeta) \qquad (3.3)$$

Сравнив соотношение (3.3) с соотношением (2.8), получаем уравнение вида

$$\zeta S'_{\zeta} + S(\zeta) = V(\zeta) = \bar{S} + \int_{0}^{\zeta} S(x)\,dx. \qquad (3.4)$$

Продифференцировав выражение (3.4), получаем дифференциальное уравнение

$$\zeta S''_{\xi} + 2\, S'_{\zeta} = S(\zeta) \tag{3.5}$$

Использовав результат [11, п.2.2.103], общее решение дифференциального уравнения второго порядка (3.5) запишем в виде цилиндрической функции $Z_{\nu}(z)$ (минус первого порядка) от мнимого аргумента [12,XII.A] вида

$$S(\zeta) = \zeta^{-1/2} Z_{-1}(2i\sqrt{\zeta})\,;\; i^2 = -1 \tag{3.6}$$

Для цилиндрических функций неотрицательного целого порядка $\nu = n$ верно выражение [12,XII.A.1]

$$Z_{-n}(z) = (-1)^n\, Z_n(z)\,;\, n = 0, 1, 2, \ldots \tag{3.7}$$

где z – комплексное число. Используя представление цилиндрической функции $Z_{\nu}(z)$ через функции Бесселя $J_{\nu}(z)$ и Неймана $Y_{\nu}(z)$ [12,XII.A], получаем выражение для $Z_1(z)$ вида

$$Z_1(z) = -\,[\bar{C} J_1(z) + \tilde{C} Y_1(z)] \tag{3.8}$$

где $\bar{C}$ и $\tilde{C}$ - комплексные константы. Избыточно общее выражение для функции издержек продавца (3.6) на монопольном рынке, учитывая (3.8), запишем в виде

$$S(\zeta) = -\,\zeta^{-1/2}\; [\bar{C} J_1(2i\sqrt{\zeta}) + \tilde{C} Y_1(2i\sqrt{\zeta})] \tag{3.9}$$

Ясно, что определение функции затрат (издержек) над полем комплексных чисел не имеет реального экономического смысла, в связи с чем нам предстоит привести выражение (3.9) к некоторой функции, области определения и прибытия которой являются полем действительных неотрицательных чисел.

4. Представления издержек продавца (затрат производителя)

Функция Неймана целого первого порядка $Y_1(2i\sqrt{\zeta})$, входящая в соотношение (3.9), может быть определена [12,XIII.A.2] в виде

$$\begin{aligned} Y_1(2i\sqrt{\zeta}) &= (2/\pi)\, J_1(i\sqrt{\zeta}) \ln(i\sqrt{\zeta}) + (i/\pi\sqrt{\zeta}) - \\ &- (i/\pi) \textstyle\sum_k^{\infty} \zeta^k \{[(\psi(k+1) + \psi(k+2)] \,/\, [\Gamma(k+1)\Gamma(k+2)]\}. \end{aligned} \tag{4.1}$$

где $\psi(z)$- логарифмическая производная гамма-функции [12,V.B]: $\psi(z) = [\Gamma(z)]'_z$.

Но логарифм мнимого аргумента $\ln(i\sqrt{\zeta})$, входящий в соотношение (4.1), выражается в виде *знакопеременного* ряда и, следовательно, выражение вида

$\widetilde{C}Y_1(2i\sqrt{\zeta})$ всегда определяет комплексное число с ненулевой мнимой частью. Отсюда следует, что в выражении (3.9) нам необходимо положить $\widetilde{C}=0$.

Использовав представление функции Бесселя $J_1(2i\sqrt{\zeta})$ в виде ряда [12,XIII.A.2]

$$J_\nu(z)=\sum_{k=0}^{+\infty}[(-1)^k(z/2)^{\nu+2k}]/[\Gamma(k+1)\Gamma(\nu+k+1)]$$

и положив $\bar{C}=i\bar{S}$ $(i^2=-1,\bar{S}\in\Re^{\oplus})$, из соотношения (3.9) получаем итоговый *вид функции издержек* продавца (затрат производителя):

$$S(\zeta)=\bar{S}\sum_{k=0}^{\infty}\zeta^k/[k!(k+1)!]=\bar{S}+\bar{S}\sum_{k=1}^{\infty}\zeta^k/[k!(k+1)!]=\bar{S}+\widetilde{S}(n), \quad (4.2)$$

где $\bar{S}$ и $\widetilde{S}$ - переменные и постоянные издержки [9, гл.6] соответственно.

По смыслу изложения ясно, что в $\widetilde{S}$ учитываются переменные издержки, связанные только с купленным товаром (т.е. с *потреблением* товара, а не с его совокупным производством). Продавец, как и производитель, может за данную единицу времени иметь избыточные издержки, существенно большие, чем $\widetilde{S}$ (конъюнктурные моменты, сезонность работ и т.п.) Но эта часть издержек не учитывается в величине $\widetilde{S}$ за *данную* единицу времени.

Для гамма-функции любого комплексного аргумента справедливо условие [12,V.A] $\Gamma(z+1)=z\Gamma(z)$, а для натуральных аргументов верно: $\Gamma(k+1)=k!$.

Используем определение модифицированной функции Бесселя [12,XIII.B] $I_\nu(z)$ вида $I_\nu(z)=\sum_{k=0}^{\infty}(z/2)^{2k+\nu}/[\Gamma(k+1)\Gamma(k+\nu+1)]$. Модифицированная функция Бесселя *ν*-го порядка может быть представлена [11,с.279] в интегральном виде

$$I_\nu(z)=\frac{(z/2)^\nu}{\sqrt{\pi}\,\Gamma(\nu+1/2)}\int_{-1}^{1}\exp(-zx)\,(1-x^2)^{\nu-1/2}dx;\;\; z>0,\nu>1/2.$$

Отсюда следует, что функцию издержек можно записать в виде

$$S(\zeta)=\bar{S}\zeta^{-1/2}I_1(2\sqrt{\zeta}),\;\bar{S}\in\Re^{\oplus}. \quad (4.3)$$

Для производных издержек (затрат) справедливы соотношения вида

$$S'_\zeta(\zeta)=\bar{S}\sum_{k=0}^{\infty}\zeta^k/[k!(k+2)!];\quad S''_\zeta(\zeta)=\bar{S}\sum_{k=0}^{\infty}\zeta^k/[k!(k+3)!]. \quad (4.4)$$

Стоимость товара, учитывая выражения (2.8) и [13, п.5.2.10.1], имеет вид

$$V(\zeta)=\bar{S}+\int_0^\zeta S(x)\,dx=\bar{S}\sum_{k=0}^{\infty}[\zeta^k/(k!)^2]=\bar{S}\,I_0(2\sqrt{\zeta}). \quad (4.5)$$

Цена товара на монопольном рынке, с учетом (2.6), выражается в виде

$$p(\zeta) = V/n = (\bar{S}/\bar{n})\, e^{-\zeta} \sum_{k=0}^{\infty} \zeta^k / (k!)^2 = (\bar{S}/\bar{n})\, e^{-\zeta} I_0(2\sqrt{\zeta})\,. \qquad (4.6)$$

Отметим, что, как и должно быть: $p_n' = -(\bar{S}/n^2) \sum_{k=1}^{\infty} \zeta^k / [(k-1)!\,(k+1)!] < 0$.

Учитывая соотношение (3.1), ценность купленного товара имеет вид

$$U(\zeta) = \bar{S} + \zeta\, S(\zeta) = \bar{S}\{1 + \sum_{k=0}^{+\infty} \zeta^{k+1} / [k!\,(k+1)!]\} = \bar{S}[1 + \sqrt{\zeta} I_1(2\sqrt{\zeta})]. \quad (4.7)$$

Потребительский излишек выразится в виде

$$\begin{aligned} W(\zeta) &= (U - \bar{S}) - (V - \bar{S}) = \bar{S} \sum_{k=1}^{+\infty} (k\zeta^{k+1}) / [(k+1)!]^2 = \\ &= \bar{S}[1 - I_0(2\sqrt{\zeta}) + \sqrt{\zeta} I_1(2\sqrt{\zeta})]. \end{aligned} \qquad (4.8)$$

Правомерность гипотезы (3.1-2) следует из того, что вычисления по формуле (3.2) вида $W(\zeta) = \int_0^{\zeta} x S_x'(x) dx$ также приводят к выражению (4.8) для $W(\varsigma)$.

Для величины прибыли P правомерно записать:

$$P(\zeta) = V - S = \bar{S} \sum_{k=1}^{\infty} \zeta^k / [(k-1)!\,(k+1)!] = \bar{S}[I_0(2\sqrt{\zeta}) - \zeta^{-1/2} I_1(2\sqrt{\zeta})] \quad (4.9)$$

Для производной функции прибыли справедливо соотношение вида

$$P_{\zeta}'(\zeta) = \bar{S} \sum_{k=0}^{\infty} [(k+1)\, \zeta^k] / [(k!\,(k+2)!] > 0$$

Следовательно, с ростом потребления прибыль (достаточно медленно) растет. Из последнего выражения следует: $P_{\zeta}'(\zeta) = S(\zeta) - S_{\zeta}' \Rightarrow S(\zeta) = (P+S)_{\zeta}' = V_{\zeta}'$.

Что полностью согласуется с исходной предпосылкой вида (2.7).

На любом потребительском рынке продавец (производитель) стремится к получению максимума прибыли. И, как показано выше, *на монопольном рынке* цена товара равна его предельной ценности. Используя эти факты, удалось получить вид функциональных зависимостей между основными категориями торговли (производства) и спроса (потребления) для монопольного рынка.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Jevons W.S.* Notice of a general mathematical theory of political economy. – British Assoc. For the Advancement of Science. // Report of the 32 Meeting Transaction of the Sections. L.J. Murray, 1862.
2. *Jevons W.S.* Brief of a general mathematical theory of political economy. // Journal of the Statistical Society of London. 1866, XXIX, № 2.

3. *Dupuit J.* De la mesure de l`utilite des travaux publics. // Annales des ponts et chaussees, 1844, VIII, ser. 2.
4. *Аристотель*. Никомахова этика. // Философы Греции. Сер.: Антология мысли. М., 1999.
5. *Viner J.* Cost curves and supply curves. // Readings in Price Theory. Homewood, 1952.
6. *Черепанов Е.В*. К вопросу описания количественных взаимосвязей между категориями потребления и производства // Гуманитарные и социальные науки. Электронный журнал. Ростов-на-Дону, 2012, № 2. http://hses-online.ru/2012/02/22_00_01/33.pdf.
7. *Черепанов Е.В*. Нетрадиционные вероятностно-статистические методы для социально-экономических и социологических исследований. М., 2012.
8. *Пиндайк Р., Рубинфельд Д*. Микроэкономика / Пер. с англ. М., 2000.
9. *Ковалев С.В.* Экономическая математика. М., 2010.
10. *Simon H*. Theories of decision-making in economics and behavioral science. // Microeconomics: Selected Reading. Ed. by E. Mansfield. N.Y., 1971.
11. *Зайцев Ф.В., Полянский А.Д.* Справочник по линейным обыкновенным дифференциальным уравнениям. М., 1997.
12. *Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф.* Специальные функции. / Пер. с нем. М., 1968.
13. *Прудников А.П.* Интегралы и ряды. М., 1981.

L I T E R A T U R E

1. *Jevons W.S*. Notice of a general mathematical theory of political economy. British Assoc. For the Advancement of Science. / / Report of the 32 Meeting Transaction of the Sections. L.J. Murray, 1862.
2. *Jevons W.S.* Brief of a general mathematical theory of political economy. / / Journal of the Statistical Society of London. 1866, XXIX, № 2.
3. *Dupuit J*. De la mesure de l `utilite des travaux publics. / / Annales des ponts et chaussees, 1844, VIII, ser. 2.

4. *Aristotle*. Nicomachean Ethics. / / The philosophers of Greece. Ser.: An Anthology of thought. Moscow, 1999.
5. *Viner J.* Cost curves and supply curves. / / Readings in Price Theory. Homewood, 1952.
6. *Cherepanov E.V.* On the quantitative description of the relationship between the categories of consumption and production / / Humanities and Social Sciences. Electronic Journal. Rostov-on-Don, 2012, № 2. http://hses-online.ru/2012/02/22_00_01/33.pdf.
7. *Cherepanov E.V.* Unconventional probabilistic and statistical methods for the social, economic and sociological research. M., 2012.
8. *Pindyck R. D*. Rubinfeld Microeconomics / Per. from English. M., 2000.
9. *Kovalev S.* Economic Mathematics. Moscow, 2010.
10. *Simon H*. Theories of decision-making in economics and behavioral science. / / Microeconomics: Selected Reading. Ed. by E. Mansfield. N.Y., 1971.
11. *Zaitsev F.V., Polanski A.D.* Handbook of linear ordinary differential equations. Moscow, 1997.
12. *Jahnke E., Emde F., Lesh F.* Special features. / Per. with him. Moscow, 1968.
13. *Prudnikov A.P*. Integrals and series. M., 1981.

Институт экономики и комплексных
проблем связи, Москва, Россия ***17 января 2013 г.***