© 2009 г. Н.Г. Носорева

ЗАРОЖДЕНИЕ МАТЕМАТИКИ В КОНТЕКСТЕ ПРАКТИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Рассматривается процесс зарождения и формирования математического знания в теоретической науке. Выявляется круг факторов, влияющих на этот процесс через анализ существующих систем знаний в раннерабовладельческих государствах, начиная с истории первобытнообщинного строя.

Ключевые слова: *математическое знание, теоретическая наука, форма мышления, история математики.*

Факты зарождения математики для многих ученых являются очевидными, однако само ее развитие представляет собой сложный процесс формирования математических истин. Причины тому скрываются в глубине не только самой истории математики, но и истории самого человечества. Более того, математическое знание, как особая форма мышления, по словам Рыбникова К.А., является показателем культурности народа [1, с. 13]. Начало зарождения математического знания теряется в глубине истории первобытного человечества. Пользуясь периодизацией исторических шагов математического знания Э. Кольмана можно проследить, что происхождение простейших математических понятий, таких как пространственные формы и количественные отношения, неразрывно связано со временем, когда в начале четвертичного периода человек начинает добывать средства существования с помощью орудий труда [2, с. 11]. А.П. Юшкевич отмечает, что эти же понятия, которые представляются нам очень простыми и привычными, на самом деле являются абстрактными понятиями, которые могли образоваться только в результате длительной умственной работы» [3, с. 9]. Но при этом оба сходятся на том, что благодаря труду и вместе с ним членораздельной речи, мозг и органы чувства человека выработали способность создавать абстракции, необходимые для измерения и счета [2, с. 11]. Математика как система знаний о количественных отношениях и пространственных формах действительного мира складывалась на основе общественной практики людей. Последняя существенным образом влияет на степень и характер развития математики. В числе проблем, относящихся к истории математики, видное место, как отмечает К.А. Рыбников, занимают проблемы воздействия социального строя общества на развитие математики, отношение к ней различных классов [1, с. 12], а также социально-экономические условия, с помощью которых некоторые ученые объясняют научное, материалистическое зарождение математики [2, с. 13]. Так, например, усложнение и расширение хозяйственной деятельности первобытного человека, привело к потребности расширения числовой области. По мнению Э. Кольмана и А.П. Юшкевича, ее история начинается тогда, когда счет сопровождает материальную манипуляцию откладывания, перекладывания, прибавления и т.п., конкретно проводимую с самими предметами.

Первоначальные элементы языка первобытных племен инициируют зарождение первичных числовых представлений, которые были столь же порядковыми, как и количественными [2, с. 17]. Развитие социально-экономических условий жизни человека все больше развивает в нем способности к абстрактному мышлению. И уже слово, означавшее одновременно и конкретный предмет и числительное, принимает теперь лишь второе значение. На дальнейшее развитие системы числительных повлияло знаковое изображение ее в письме. Уже на сравнительно ранних ступенях развития первобытной культуры, наряду со звуковой речью, существовал и своеобразный «язык сигналов». Мысль передавалась путем условных знаков-символов, что довольно рано вызвала к жизни различные способы числовой записи. Материальные потребности продвинувшегося общества развивали процессы измерения, которые в свою очередь породили математические действия. Параллельно теории чисел зарождается и геометрия. В геометрии, как в истории зарождения числа, сначала появились геометрические эталоны: мяч – для шарообразных предметов, сосновая шишка – для остроконечных и т. д., а в последствии названия этих эталонов стали названиями абстрактных геометрических фигур [3, с. 15].

Развитие геометрических представлений по-настоящему двинулось вперед с зарождением гончарного и ткацкого дела, строительной техники, с возникновением искусств. О высоко развитом геометрическом чувстве людей первобытного общества рассказывают находки в виде остатков посуды, корзин, сетей и ткани, которые украшены орнаментами, сложными сочетаниями треугольников, повторяющихся прямоугольных спиралей, кругов и т. д., отражающие равенство, подобие и симметрию фигур. Э. Кольман замечает, что в абстрактном виде этих понятий, конечно, у первобытного человека еще не было. Подобное гармоническое построение фигур являлось не результатом рассуждения, а следствием подражания ритмическим движениям производственной деятельности, в играх, подражание многообразным формам природы, четкой повторяющейся ритмике танца. В более позднее время в геометрических орнаментах появились и числовые отношения, например, в виде разбиения большого треугольника не меньшие треугольники или заполнение треугольника кружочками, правильно размещенными по строкам [2, с. 28]. Пик развития геометрических представлений пришелся на момент зарождения земледелия. Если гончарная, ткацкая, а также строительная техника требовали в первую очередь измерение длин, то для земледелия нужно было измерение площадей и объемов. Измерялись площади земельных участков, емкость сосудов и амбаров, объем вынутой при земляных работах земли.

С переходом к земледелию, для регулирования полевых работ, начала формироваться система знаний о видимом движении Солнца, Луны и звезд. Развитие обмена, а в связи с этим и мореплавания, привело к дальнейшему усовершенствованию астрономических знаний [2, с. 30]. Возникновение и развитие математики на ее первоначальных стадиях полностью подтвердили высказанное Энгельсом в «Анти-Дюринге» положение, что «как и все другие науки, математика возникла из практических нужд людей: из измерения площадей земельных участков и вместимости сосудов, из счисления времени и из механики» [4], и формировала новые понятия и методы в основном под влиянием математического естествознания [1, с. 8]. Изменение общественного строя наложило свой отпечаток не только на уклад жизни и культуру народов, но и на систему знаний вообще, и математику в частности. Разложение первобытнообщинного строя ознаменовалось приходом нового, классового строя, политическое устройство которого вылилось в деспотические рабовладельческие государства, каковыми были Египет и Месопотамия, Шумерия и Вавилон, Сирия и Финикия и т. д. Возможно это одна из главных причин того, почему математическое знание в этих государствах так и осталось прикладным знанием. Экономическую основу раннего рабовладельческого общества составляло натуральное хозяйство сельских общин, эксплуатируемых рабовладельцами, военноначальниками, жрецами. Города приобрели статус центров торговли, которая велась как караванными, так и морскими путями. Знания в области экономической и технической деятельности были сосредоточены у особой группы лиц, знатоков календаря и межевания основ строительного дела, медицины, сбора налогов, например, жрецов, писцов и т. д. А суть власти жрецов, которая сливалась с государственной властью, заключалась в стремлении избежать значимых изменений в культуре, в социальных отношениях, в деятельности [5], что приводило, по словам Авдиева В.И. [6, с. 6], к консерватизму культуры общества.

То же можно сказать и о науке, которая носила застойный характер. Одной из причин тому было то, что основной производительной силой общества были рабы и крестьяне-невольники, незаинтересованные в поднятии производительности труда, т.е. экономические и политические условия рабовладельческого общества определяли характер развивавшейся в нем математики. Здесь она была в первую очередь практической наукой, создаваемой для производства вычислений и измерений, для удовлетворения хозяйственных потребностей государства. Только этим и объясняют некоторые ученные в основном эмпирический характер математики, положения которой были в значительной части получены путем проб, на ощупь. В отличие от греческого изложения математического знания, вавилонское и египетское представлялось преимущественно в виде конкретных задач, а не общих правил, и преподносилась догматически: задачи, которые мы назвали бы типовыми, нужно было запоминать; лишь редко давалось пояснение, представляющее своего рода зародышевое доказательство. Но в еще большей степени догматический характер математики раннерабовладельческого общества определялся авторитарным складом мышления, присущим этому обществу с его единоличным властвованием. Однако, по словам Э. Кольмана, именно благодаря тому, что в течение столетий особое сословие специально занималось счетом и измерением, не только практически применяя их в технических и экономических целях, но и обучая им начинающих, в математике стали постепенно развиваться признаки абстрактной науки. Вместо прежних именованных чисел предметом изучения становились числа отвлеченные, стали осознаваться общие правила действий [2, с. 33]. В дальнейшем наряду с установившимися арифметическими правилами зародились общие приемы решения задач определенного типа. Хотя и не употреблялись формулы, как это делаем мы, тем не менее, в этих приемах многие ученные усматривают зачатки алгебраического метода, как в конкретных измерительных задачах – зачатки теоретической геометрии.

Математика Древнего Египта представляла собой совокупность знаний, еще не расчленившуюся на арифметику, алгебру, геометрию и выступающую прежде всего как собрание правил для численного решения простейших арифметических, алгебраических и геометрических задач. Но наряду с этим еще в начале II тысячелетия до н.э. шла интенсивная работа творческой мысли, задачи обобщались и начинали принимать более абстрактный характер. При исследовании отдельных проблем вырабатывались приемы геометрических и арифметико-алгебраических преобразований, которые, как и проверка решений, уже предвещали дальнейший рост этих составных частей математической дедукции [3, с. 33]. Догматическая манера изложения и обучения не могла полностью сорвать эти первые ростки идеи математического доказательства. Эти ростки еще более отчетливо видны в математике древнего Вавилона. В отличии от египтян, которые в своих школьных руководствах помещали вычислительные схемы, вавилоняне указывали лишь результаты вычислений. Другая отличительная черта проявлялась в выполнении математического действия умножения: египтяне сводили умножение к удвоению, а вавилоняне производили его прямо, действуя так же как и мы, поразрядно. Они пользовались готовыми таблицами умножения, наряду с которыми была найдена таблица обратных значений, с помощью которых вавилоняне производили деление чисел. Позднее они стали применять и способ поразрядного деления, подобный нашему. Также они обладали таблицами квадратов и квадратных корней, кубов и кубических корней, сумм квадратов и кубов, степеней данного числа. Вообще широкое применение различных таблиц является характерной собенностью математики древнего Вавилона. Математические клинописные тексты, как и египетские, носят учебный характер и содержат в основном расчетные задачи; однако вавилонская вычислительная техника была гораздо более совершенна, а среди задач выделялся обширный класс алгебраических задач, выражающийся системами линейных уравнений и уравнений второй степени. И хотя в клинописных текстах, как и в египетских, нет доказательств, по словам Юшкевича А.П., методы вычислений показывают, что их авторы знали и применяли законы алгебраических дробей и преобразований [3, с. 36]. В целом вавилонская математика в большей мере, чем египетская, приобретает вид абстрактной науки, корни которой снова уходят в глубь истории великого государства Вавилон.

По утверждению некоторых историков математики, абстрактному, обобщающему способу мышления вавилонян способствовал характер их письменности. Заимствовав клинопись у шумерийцев, пользуясь их языком в науке и хозяйственной деятельности в течение долгих веков, вавилоняне вместе с тем произносили шумерийские иероглифы, по-своему сохраняя их смысл, т.е. «длина», «ширина», «площадь» и т. д. изображались шумерскими знаками в текстах, написанных на аккадском языке. Поскольку разговорным был уже аккадский язык, а шумерский вышел из употребления, эти знаки приобретали характер настоящих математических символов. В некоторых случаях употреблялись и вовсе отвлеченные названия «множитель» и «обратное», обозначавшие собственно х и у = 1/х [3, с. 42]. Благодаря этому, раз один и тот же символ мог иметь разные фонетические значения, шумерийское и вавилонское, было нетрудно свыкнуться с мыслью, что например, «ширина» – это не только ширина, а вообще любая неизвестная отвлеченная величина.

Хотя вавилоняне и не применяли алгебраической символики, они, тем не менее, решали задачи алгебраическим методом, т.к. задачи они решали по плану, приводили их различными приемами к единому типу задач, для механического решения которых существовали общие правила, играющие роль наших формул. При этом и в тех случаях, когда задачи формулировались как геометрические, вавилоняне обращались с входящими в них величинами просто как с числами, складывали «длины» и «площади», не ограничивали себя пространственными образами, не связывали каждое отдельное преобразование с истолкованием, исходящим из данных задачи [2, с. 56]. По свидетельствам ученых, математика в древнем Вавилоне достигла более высокого уровня, чем в древнем Египте, хотя и она была далека еще от того идеала дедуктивной науки, который сформировался в Греции. Несмотря на гораздо больший объем фактических знаний, более совершенные приемы вычислений, возникновение целых новых направлений и очевидный рост элементов логической дедукции, в древневавилонской математике внутренние логические связи между многочисленными правилами были еще слабыми и отдельные цепочки выводов не объединялись в целостные системы. Догматический характер изложения не был просто педагогическим приемом, он отражал, как и в Египте, авторитарный склад мышления, господствовавший в строго иерархических и деспотических государствах древнего Востока. Математическому мышлению не было свойственно стремление к углубленному анализу применяемых идей, требующему прежде всего их четкого выделения, а ученым не требовалось убеждать ни других, ни самих себя в истинности правил и методов с помощью доводов разума. Мышление было обращено вовне, ему недоставало обращения на самого себя [3, с. 56].

Сравнивая между собой развитие математики в различных деспотических раннерабовладельческих государствах, можно отметить, что несмотря на специфические особенности, которые принимало в них это развитие, главнейшие его черты были повсеместно сходными: элементарная математика возникает под влиянием потребностей государства, математическое знание носит эмпирический характер, большинство положений и приемов было найдено, по-видимому, на ощупь, и в преподавании излагалось без доказательств. И все же тогда уже в ней имелись первые ростки абстрактных, обобщающих, теоретических методов математического мышления. Но выделения математической теории в осознанную систему идей, тем более потребности в историческом обозрении математики как комплексе знаний и науки [7, с. 107] ни в Египте, ни в Вавилоне, ни в других раннерабовладельческих государствах так и не произошло. Теоретической наукой математика стала лишь тогда, когда рабовладельческое общество вступило в новую фазу, когда оно превратилось в рабовладельческую демократию, а вместе с тем породило общественную идеологию и классы, сделавшие теоретическую математику возможной и необходимой. Это произошло в Древней Греции [2, с. 65]. Вначале древнегреческая математика не отличалась принципиально от египетской и вавилонской. Но с развитием рабовладельческой демократии, начиная с 6 в. до н. э., в математическом мышлении греков все больше усиливается [2, с. 70] теоретическая сторона. Рабам стали поручать «черную» умственную работу, – переписывание книг, производство вычислений, что в конце концов привело и к отделению теоретической математики от практической. От практической арифметики (логистики), и прикладной геометрии (геодезии), начинают отделяться теоретическая арифметика и теоретическая геометрия, хотя они, подобно другим наукам, не являлись тогда еще самостоятельными дисциплинами, а входили как составные части в философию. В отличие от практических, теоретическая арифметика и геометрия не только содержали предписания, как решать задачи, но и давали обоснование, почему верно решение. Введение в математике доказательств давало, возможность обобщать получаемые частные результаты, получать новые выводы. В математике, так же как и в политических и судебных спорах, становилось нужным давать точные определения понятий, развивать строгие доказательства. Не случайно пифагорейцы, введшие доказательство, были не только философской школой, но и политической партией реакционной рабовладельческой аристократии [2, с. 71]. Логическая аргументация великих риторов вошла в математику.

Причину чрезвычайного ускорения развития теоретической математики, многие ученые, усматривают именно в освобождении ее от подчинения узко прикладным задачам, создание в ней вместо простых рецептов строго логических методов, дающих возможность широких обобщений и новых выводов без прямого обращения к действительности. История показывает, что человечество в своей постепенно развивающейся способности к выполнению умственных актов пережило многовековой период, в течение которого накапливался опыт и формировались знания. Но понятие «науки» как комплекса упорядоченных знаний могло возникнуть только тогда, когда длительное упражнение в процессах мышления обусловило возможность появления отдельных личностей с настолько развитым интеллектом, что в сознание их проникла потребность к систематизации знаний, к распределению отобранных знаний по группам [2, с. 72]. Одними из них стали философы. Занимаясь математикой, они начали понимать значение математики как науки, которая, как и другие науки, должна объяснять явления человеку для того, чтобы он мог использовать их в своих целях. Окончательное выделение математики в самостоятельную теоретическую науку произошло в Греции в середине 5 в. до н. э., найдя свое завершение уже в эллинистическую эпоху в «Началах» Евклида, примерно 300 г. до н. э.

Таким образом, формы и пути развития математических знаний у различных народов весьма разнообразны. Однако при всем при этом общим для всех них является то, что все основные понятия математики: понятие числа, фигуры, площади, бесконечно продолжающегося натурального ряда и т.д. возникли из практики и прошли длинный путь совершенствования. Среди других факторов, влияющих на становление математического знания можно выделить складывающиеся экономические условия в обществе: развитие промышленности, торговли, сельского хозяйства; складывающиеся политические условия в обществе: уровень развития общества; характер общественного строя, а также культура развивающегося общества.

Литература

1. *Рыбников К.А.* История математики Т. 1. М., 1960.
2. *Кольман Э.* История математики в древности. М., 1961.
3. *Юшкевич А.П.* История математики. Т. 1. М., 1970.
4. *Энгельс Ф.* Анти-Дюринг. М., 1953.
5. Национальная философская энциклопедия [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://terme.ru.
6. *Авдиев В. И.* История Древнего Востока. М., 1948.
7. *Попов, Г.Н.* История математики. М., 1920

Педагогический институт
Южного федерального университета

17 апреля 2009 г.